BACCALAURÉAT
SESSION 2025

Durée : 4 h
Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.
Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. A, B et C sont trois points distincts du plan et k un nombre réel.
La ligne de niveau k de l'application $M \longmapsto 2MA^2 - 4MB^2 + 2MC^2$ est un cercle.

2. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{3x}$ est égal à $\frac{2}{3}$.

3. Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \longmapsto \sin\left(-2x + \frac{\pi}{3}\right)$ est la fonction $x \longmapsto \frac{1}{2}\cos\left(-2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

4. Le plan est muni d'un repère orthonormé.
L'équation $x = y^2$ est l'équation réduite d'une parabole.

5. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé.
A est un point d'affixe z_A et r un nombre réel strictement positif.
L'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z - z_A| = r$ est une droite.

6. L'espace est muni d'un repère orthonormé.
Le vecteur $\vec{n}(2\,;\,4\,;\,1)$ est un vecteur normal au plan (P) d'équation : $2x + 4y + z - 7 = 0$.

EXERCICE 2 (2 points)

Écris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui permet d'obtenir la proposition vraie.

1. Si h est une fonction continue et paire sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$, alors $\int_{-3}^{3} h(t)dt$ est égale à :

A. 0 ; B. $-2\int_{3}^{0} h(t)dt$; C. $\frac{1}{2}\int_{0}^{3} h(t)dt$; D. $2\int_{3}^{0} h(t)dt$.

2. Un argument du nombre complexe $(1 - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{3}}$ est :

A. $-\frac{\pi}{3}$; B. $\frac{\pi}{6}$; C. $-\frac{2\pi}{3}$; D. $-\frac{2\pi}{3}$.

3. L'intégrale $\int_{-\pi}^{\pi} x^3 \cos x \, dx$ est égale à :

A. 2 ; B. 0 ; C. −1 ; D. 1.

4. Soit E et F deux évènements d'un univers Ω tels que : $P(E) = 0{,}1$ et $P(F) = 0{,}05$.
Si $P_E(F) = 0{,}2$, alors $P_F(E)$ est égale à :

A. 0,4 ; B. 0,04 ; C. 0,25 ; D. 0,2.

EXERCICE 3 (3 points)

$AB C\Omega$ est un losange de sens direct tel que : Mes $(\widehat{\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega C}}) = \frac{\pi}{3}$.

1. Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

2. On considère la rotation r de centre Ω qui transforme A en C.
   Construis le point D, image du point B par r.

3. Pour tout point M du segment [AB], on note N le point du segment [CD] tel que : AM = CN. On admet que le triangle ΩMN est équilatéral et on note G son centre de gravité.
   Soit S la similitude directe de centre Ω telle que : $S(M) = G$.
   a) Place un point M et construis les points N et G correspondants.
   b) Justifie que l'angle de la similitude S est $\frac{\pi}{6}$.
   c) Détermine le rapport de S.

4. On admet que : $S(B) = C$.
   On pose : $K = S(A)$.
   a) Démontre que les points C, G et K sont alignés.
   b) Construis le point K.

EXERCICE 4 (4 points)

Une urne U_1 contient deux boules indiscernables au toucher. Sur l'une est inscrit le nombre 1 et sur l'autre un nombre entier relatif a.
Une urne U_2 contient trois boules indiscernables au toucher. Sur l'une est inscrit un nombre entier relatif b et sur les deux autres le nombre -1.
On tire au hasard une boule de l'urne U_1 et une autre de l'urne U_2.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme des nombres inscrits sur les deux boules tirées.

1. *a)* Justifie que les valeurs prises par X sont : $a+b$; $a-1$; $b+1$ et 0.
   b) Justifie que : $P(X=0) = \frac{1}{3}$.
   c) Détermine la loi de probabilité de X.

2. Démontre que l'espérance mathématique E(X) de X est : $E(X) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b - \frac{1}{6}$.

3. *a)* Justifie que l'équation E(X) = 0 admet au moins une solution dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.
   b) Détermine l'ensemble des couples (a, b) pour lesquels l'espérance mathématique de X est nulle sachant que : $-5 < b < a$.

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $[0\,;+\infty[$ par :
$f(x) = x(\ln x)^2 + x$, si $x > 0$ et $f(0) = 0$.
On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Justifie que f est continue en 0.

2. *a)* Justifie que f n'est pas dérivable en 0.
   b) Donne une interprétation graphique du résultat de la question 2.*a*).

3. On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.

a) Démontre que : $\forall\, x \in\,]0\,;+\infty[,\ f'(x) = (1 + \ln x)^2$.

b) Déduis-en le sens de variation de f.

c) Dresse le tableau de variation de f (On admet que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$)

4. Démontre que $(\mathscr{C})$ admet un point d'inflexion dont l'abscisse est $\frac{1}{e}$.

5. Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{e}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.

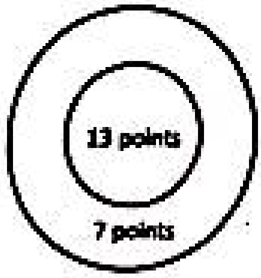
a) Démontre par récurrence que : $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{e} \leq u_n \leq 1$.

b) Démontre que la suite (u_n) est croissante.

c) Déduis des questions précédentes que la suite (u_n) est convergente.

d) Détermine la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 6 (5 points)



Dans le cadre de ses activités de fin d'année, la promotion Terminale d'un lycée organise une Kermesse. Pendant les festivités, il est proposé à l'un des stands un jeu qui consiste à lancer des fléchettes sur une cible représentée par la figure ci-contre.

Les règles du jeu sont les suivantes :

- le nombre de fléchettes n'est pas limité et elles atteignent toutes leurs cibles ;
- si la fléchette atteint le disque central, le joueur obtient 13 points ;
- si la fléchette atteint la couronne, le joueur obtient 7 points ;
- si le joueur obtient 1 000 points, il gagne 25 000 F CFA ;
- chaque combinaison ayant permis d'obtenir les 1 000 points est payée une seule fois et est affichée à l'attention des autres joueurs.

En vue de payer les éventuels gagnants, les organisateurs souhaitent connaitre le budget à allouer à c
Étant élève de Terminale C, ils te sollicitent.

À l'aide d'une production argumentée et cohérente, réponds à leur préoccupation.