EXAMEN DU BACCALAUREAT
DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION NORMALE DE 2025

SERIE : D

BURKINA FASO

La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

1er tour

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(Calculatrice non autorisée)

Coefficient : 5
Durée : 4 heures

EXERCICE (4 points)

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Pour les 4 questions, reproduis le tableau ci-dessous et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4
Lettre correspondant à la bonne réponse				

1) La solution particulière f de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ telle que $f(\pi) = -1$ et $f'(\pi) = 0$.

a) $f(x) = \sin 2x$ b) $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ c) $f(x) = \cos 2x$ d) $f(x) = -\cos 2x$

2) La probabilité du succès est $\frac{1}{5}$ lors de chacune des 10 épreuves d'un schéma de Bernoulli.

L'Esperance mathématique de la variable aléatoire X associée à cette espérance aléatoire est :

a) 50   b) $\frac{1}{5}$ c) 2   d) 10

3) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath};\ \vec{\jmath};\vec{k}\ )$. On considère les points $A(3;2;4)$; $B(0;3;5)$; $C(0;2;1)$ et $D(3;1;0)$.

Les coordonnées du point E telles que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}$ sont :

a) $(2\,;-2\,;5)$ b) $(-3\,;2\,;5)$ c) $(5\,;2\,;-3)$ d) $(-2\,;2\,;-5)$

4) On considère l'équation (E) définie par $:-z^2 + 2iz + 1 + i = 0$. Les solutions de (E) sont :

a. $z_1 = \frac{\sqrt{2}+(2-\sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{\sqrt{2}+(2+\sqrt{2})i}{2}$ b. $z_1 = \frac{\sqrt{2}+(2+\sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{-\sqrt{2}+(2-\sqrt{2})i}{2}$

c. $z_1 = \frac{\sqrt{2}+(2+\sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{-\sqrt{2}+(2+\sqrt{2})i}{2}$ d. $z_1 = \frac{\sqrt{2}-(2-\sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{-\sqrt{2}+(2+\sqrt{2})i}{2}$

PROBLEME (11 points)

Partie : A (3pts)

1) Résous l'équation différentielle (E) : $2y' - y = 0$ dont l'inconnue est une fonction définie et dérivable sur IR. **(0,5pt)**
2) On considère l'équation différentielle (E') : $2y' - y = (1 - x)\ e^{\frac{x}{2}}$.
   a) Détermine deux réels m et p tels que la fonction f définie sur IR par :
   $f(x) = (mx^2 + p\,x)\ e^{\frac{x}{2}}$ soit la solution (E'). **(0,5pt)**
   b) Soit g une fonction définie et dérivable sur IR.
      i) Montre que g est solution de (E') si et seulement si $g - f$ est solution de (E) **(1pt)**
      ii) Résous l'équation (E'). **(0,5pt)**
3) Détermine la solution g_0 de (E') dont la courbe présentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$ passe par le point $A(1\,;\,0)$. **(0,5pt)**

Partie : B (6pts)

Soit h la fonction définie sur IR par $h(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2\,e^{\frac{x}{2}}$.

On désigne par (C) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,)$.Unité graphique 1 cm.

1) Calcule les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$. **(1pt)**
2) Étudie la dérivabilité de h sur IR. **(0,5pt)**
3) Montre que pour tout réel x $h'(x) = -\frac{1}{8}(x-1)(x+3)e^{\frac{x}{2}}$. **(0,5pt)**
4) En déduis le sens de variation de h. **(0,5pt)**
5) Dresse le tableau de variation de h. **(0,5pt)**
6) Soit k la fonction définie sur IR par $k(x) = -\,e^{\frac{x}{2}}$ et (T) sa courbe représentative.
   a) Étudie les positions relatives de (C) et (T). **(0,75pt)**
   b) Construis la courbe (C) dans le repère $(o\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$. **(1,5pts)**
7) a) Détermine les trois réels a ; b et c tels que la fonction H définie par
   $H(x) = (ax^2 + bx + c)\,e^{\frac{x}{2}}$ soit une primitive de $h(x)$ sur tout IR. **(0,75pt)**
   b) Calcule en cm^2 l'aire A du domaine du plan limité par la courbe (C) ;
   (T) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 3$. **(0,5pt)**

Partie : C (2pts)

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par $U_n = \int_{n+1}^{n+2} -h(t)dt$

1) Interprète graphiquement U_0. **(0,5pt)**
2) a) Démontre que pour tout entier naturel n : $-h(n+1) \leq U_n \leq -h(n+2)$. **(0,5pt)**
   b) En déduis le sens de variation de la suite (U_n). **(0,5pt)**
3) La suite (U_n) est – elle convergente ? Justifie ta réponse. **(0,5pt)**
   Donnée : $e^{\frac{-3}{2}} \simeq 0{,}2$

Situation d'intégration (5 points)

L'association "Agri-Partner" est située à Ouahigouya, une ville du Burkina Faso. Elle est constituée de paysans locaux qui produisent des pommes de terre destinées à approvisionner le marché local ainsi que des exportations.

Actuellement, l'association vend la tonne de pommes de terre au prix de 300 000 F CFA, et ce prix augmente de 4 % chaque année. En raison de l'augmentation de la demande, l'association souhaite savoir si elle pourra satisfaire une commande importante d'exportation de 1000 tonnes de pommes de terre à la 10ème année.

De plus, l'association a un projet ambitieux : investir 30 % de son chiffre d'affaires de la 10ème année pour créer un centre de transformation agroalimentaire à Ouagadougou, capitalisé à 50 000 000 F CFA. Elle souhaite également atteindre un chiffre d'affaires de 300 000 000 F CFA d'ici la 10ème année.

Enfin, l'association projette de maintenir sa production constante à 1000 tonnes de pommes de terre après la 10ème année, et elle aimerait savoir combien d'années supplémentaires seront nécessaires pour atteindre son objectif financier.

Tu es un élève en classe de Terminale D et ton père, membre de l'association, te demande d'étudier si, avec cette tendance de production, l'association pourra satisfaire la commande, investir dans l'entreprise secondaire, et atteindre l'objectif de chiffre d'affaires.:

À l'aide de tes connaissances mathématiques et à base d'une production argumentée, réponds aux préoccupations en traitant les questions suivantes :

1) L'association pourra-t-elle satisfaire la commande de 1000 tonnes de pommes de terre à la 10ème année ? **(1,5 pt)**
2) En supposant que la production atteigne 1000 tonnes de pommes de terre à la 10ème année, l'association pourra-t-elle investir dans le centre de transformation agroalimentaire avec un capital de départ de 50 000 000 F CFA ? **(1,5 pt)**
3) En considérant que la production reste stable à 1000 tonnes de pommes de terre à partir de la 10ème année, combien d'années supplémentaires seront nécessaires pour atteindre un chiffre d'affaires annuel de 500 000 000 F CFA ? **(1,5 pt)**

Présentation **(0,5 pt)**

Tableau : Évolution de la production de pommes de terre (en tonnes)

Année X_i	1	2	3	4	5	6
Production Y_i	50	75	100	120	150	180

Données : $(1{,}04)^{10} \simeq 1{,}48$; $\ln(1{,}13) \simeq 0{,}12$; $\ln(1{,}04) \simeq 0{,}04$