Examen du Baccalauréat Burkina-Faso
Série G2
Session de 2025

Durée : 2heures
Coéfficient : 03

Sujet
Proposition de corrigé

Exercice - (8pts)

1°) a) Calcul de $P(-1)$ et $P(2)$

$P(-1)=0$ et $P(2)=0$ (1pt)

b) Détermination des réels a et b

$P(x)=(x+1)(x-2)(ax+b)=x^3-9x^2+6x+16$

Developpement, réduction et identification on trouve $a=1$ et $b=-8$

$P(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=2$ ou $x=8$ D'où $S_R=\{-1;2;8\}$ (1pt)

2°) Résolution des équations dans $\mathbb{R}$

a) $(\ln x)^3-9(\ln x)^2+6\ln x+16=0$.

posons $X=\ln x$.

On doit avoir $X=-1$ ou $X=2$ ou $X=8$

$\ln x=-1 \Leftrightarrow x=e^{-1}$

$\ln x=2 \Leftrightarrow x=e^{2}$

$\ln x=8 \Leftrightarrow x=e^{8}$

Partant $S_{\mathbb{R}}=\{e^{-1};e^{2};e^{8}\}$. (1,5pt)

b) $(\log x)^3-9(\log x)^2+6\log x+16=0$

En posant $Y=\log x$

On aura $x = 10^{-1}$ ou $x = 10^{2}$ ou $x = 10^{8}$

D'où $S_{\mathbb{R}} = \{10^{-1}; 10^{2}; 10^{8}\}$. (1,5pt)

c) $e^{3/x} - 9e^{2/x} + 6e^{1/x} + 16 = 0$

posons $e^{1/x} = Z$.

On doit avoir :

$e^{1/x} = -1$ ou $e^{1/x} = 2$ ou $e^{1/x} = 8$

On trouve $x = \frac{1}{\ln 2}$ ou $x = \frac{1}{\ln 8} = \frac{1}{3\ln 2}$

$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1}{3\ln 2} ; \frac{1}{\ln 2}\right\}$. (1,5pt)

d) $2^{3x} - 9\times 2^{2x} + 6\times 2^{x} + 16$

Posons $Z = 2^{x}$

On doit avoir : $2^{x} = -1$ ou $2^{x} = 2$ ou $2^{x} = 8$

On trouve $x = 1$ ou $x = 3$

D'où $S_{\mathbb{R}} = \{1 ; 3\}$. (1,5pt)

Problème (12 pts)

1°) a) Les limites de g en 0 et en $+\infty$.

$\lim\limits_{x \mapsto +\infty} g(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \mapsto 0 \\ >}} g(x) = +\infty$. (1pt)

b) Dérivée de g, signe de $g'(x)$ et sens de variation

g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et $g'(x) = -\frac{x+2}{x}$

$\forall x \in]0;+\infty[$, $g'(x) < 0$, traduisant que g est décroissante sur $]0;+\infty[$

(1,5)

c) Tableau de variation de g.

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
g	$+\infty$	0	$-\infty$

(0,5)

d) Calcul de $g(1)$

$g(1) = 0$

$\forall x \in]0;1]$, $g(x) \geq 0$ et $\forall x \in [1;+\infty[$ $g(x) \leq 0$ au regard du tableau de variation.

(1,5pt)

2°) a) Calcul de la $\lim\limits_{\substack{x \mapsto 0 \\ >}} f(x)$

$\lim\limits_{\substack{x \mapsto 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ (0,5pt)

b) Montrons que $f(x) = \frac{1}{x}\left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)$ $\forall x > 0$

De $\frac{1}{x}\left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)$ on aura $\frac{1}{x} + \ln x$

$= \frac{x+\ln x}{x^2} = f(x)$ (Réduction au même dénominateur). (0,5pt)

c) Que vaut $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$?

$\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{1}{x}\left(1+\frac{\ln x}{x}\right) = 0$ (0,5pt)

3°) a) Calcul de $f'(x)$ et montrons que :

$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on a :

$f'(x) = \frac{x - x^2 - 2x\ln x}{x^4} = \frac{g(x)}{x^3}$

$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ (après simplification et réduction au même dénominateur) (1pt)

b) Signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$

De $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

On remarque que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ vu que $x^3 > 0$ sur $]0;+\infty[$

Partant, $\forall x \in]0;1]$, $f'(x) \geq 0$ et $\forall x \in [1;+\infty[$ $f'(x) \leq 0$ (0,5pt)

c) Sens de variation et tableau de variation de f.

f est décroissante sur $[1;+\infty[$ et f est croissante sur $]0;1]$ (0,5)

Tableau de variations

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
f	|| $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

(0,5)

<u>Asymptotes.</u>

La droite d'équation $x=0$ est une asymptôte verticale à (C) (0,25pt)

La droite $y=0$ est une asymptôte horizontale à (C) en $+\infty$ (0,25pt)

d) <u>Courbe de (C) de f.</u>

(Voir courbe en annexe)

4°) a) <u>Montrons que $F(x)$ est une primitive de f</u>

$$F'(x) = \frac{1}{x^2}\ln x + \frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\ln x = \frac{x+\ln x}{x^2} = f(x)$$

F est donc une primitive de f sur $]0;+\infty[$ (1pt)

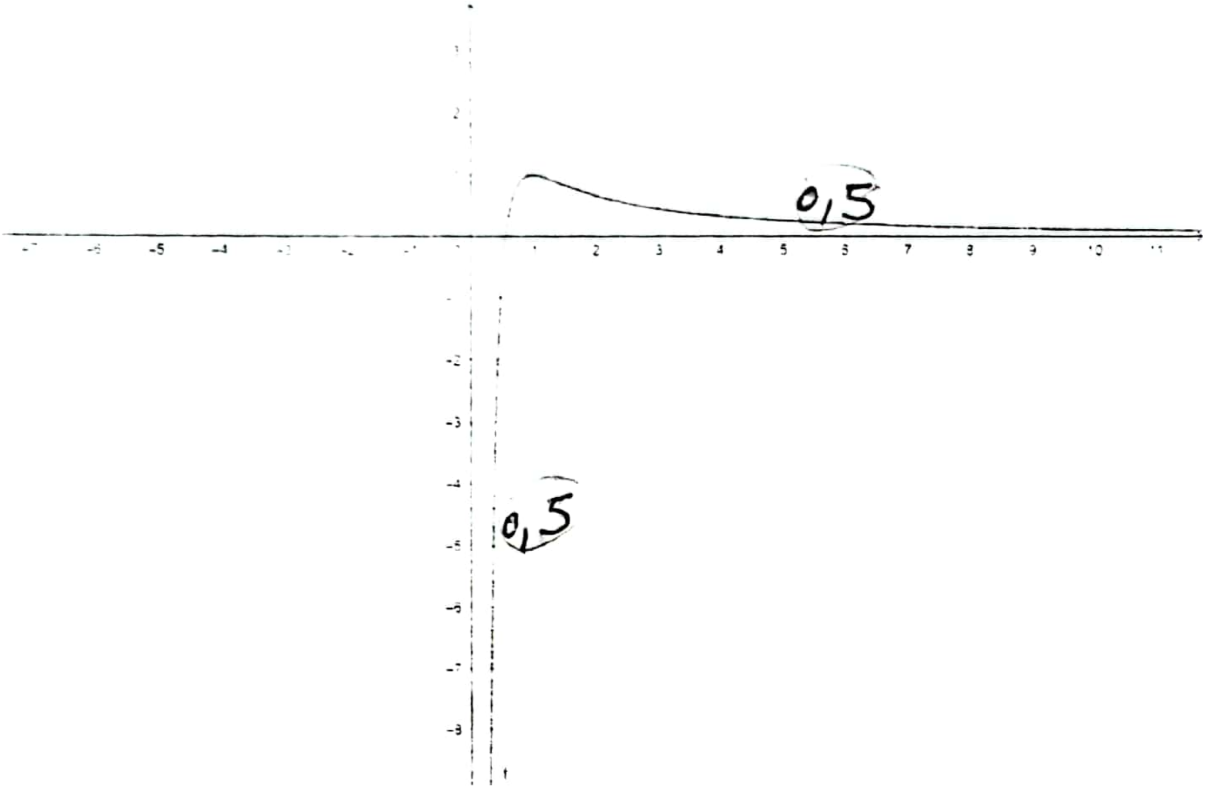
b) Calculons A l'aire de la portion délimitée par (C) l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$

$$A = \int_1^e f(x)\,dx = 4\left[F(x)\right]_1^e \text{cm}^2$$

$$A = 8\left(1-\frac{1}{e}\right)cm = 8\left(1-e^{-1}\right)cm^2$$

(1 pt)

SERIE G SUJET 1



(2x0,5pt)