EXAMEN DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

SESSION DE REMPLACEMENT 2025

TOUTES OPTIONS INDUSTRIELLES

BURKINA FASO

La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

1er tour

EPREUVE DE MATHEMATIQUES GENERALES

(Les calculatrices non programmables sont autorisées)

Coefficient : 2
Durée : 2 heures

EXERCICE (8 points)

On considère l'équation différentielle (E): $y'' + 25y = 0$.

1) Résoudre l'équation différentielle (E). (2 pts)
2) Déterminer la solution f de (E) vérifiant : $f(0) = \sqrt{3}$ et $f'\left(\frac{\pi}{5}\right) = -5$. (3 pts)
3) Vérifier que f peut s'écrire sous la forme $f(x) = 2\cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right)$. (2 pts)
4) Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)$ est une solution de (E). (1 pt)

PROBLEME (12 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2-4x+5}{x-2}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique $2cm$.

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. (0,5 pt)
2) a) Calculer la limite de f en 2^- et en 2^+. (1 pt)
   b) En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote dont on précisera une équation. (1 pt)
   c) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. (1 pt)
3) a) Montrer que pour tout $x \neq 2$, on a : $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x-2}$. (0,5 pt)
   b) Justifier que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$ et en $+\infty$. (1,5 pts)
   c) Étudier la position relative de (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$. (1 pt)
4) a) f' désigne la fonction dérivée de f sur D_f. Calculer $f'(x)$. (0,5 pt)
   Montrer que $f'(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)^2}$. (0,5 pt)
   b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout $x \neq 2$.
   En déduire le sens de variation de f sur D_f. (1,5 pts)
   c) Dresser le tableau de variation de f. (1 pt)
5) Construire $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. (1 pt)
6) Calculer $\int_3^4 [f(x) - (x-2)]dx$. (0,5 pt)
   Donner une interprétation géométrique du résultat obtenu. (0,5 pt)

EXAMEN DU BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

SESSION DE REMPLACEMENT 2025

SERIE G2

BURKINA FASO

La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

1^er tour

EPREUVE DE MATHEMATIQUES GENERALES

(Les calculatrices ne sont pas autorisées)

Coefficient : 3
Durée : 2 heures

EXERCICE (8 points)

On considère le polynôme P définie par $P(x) = x^3 - 9x^2 + 6x + 16$.

1) a) Calculer $P(-1)$ et $P(2)$. (1 pt)
   b) Déterminer les réels a et b tels que : $P(x) = (x+1)(x-2)(ax+b)$ puis en déduire la résolution de l'équation $P(x) = 0$. (1 pt)
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :
   a) $(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 6\ln x + 16 = 0$ (1,5 pt)
   b) $(\log x)^3 - 9(\log x)^2 + 6(\log x) + 16 = 0$ (1,5 pt)
   c) $e^{\frac{3}{x}} - 9e^{\frac{2}{x}} + 6e^{\frac{1}{x}} + 16 = 0$ (1,5 pt)
   d) $2^{3x} - 9 \times 2^{2x} + 6 \times 2^x + 16 = 0$ (1,5 pt)

NB : log désigne le logarithme décimal et $8 = 2^3$

PROBLEME (12 points)

Soit g la fonction numérique d'une variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = 1 - x - 2\ln x$.

1) a) Déterminer les limites de g aux bornes de l'intervalle $]0;+\infty[$. (1 pt)
   b) Déterminer la dérivée $g'(x)$ et étudier son signe. En déduire le sens de variation de la fonction g sur $]0;+\infty[$. (1,5 pt)
   c) Dresser le tableau de variation de g. (0,5 pt)
   d) Calculer $g(1)$ puis vérifier que pour tout $x \in]0;1[$, $g(x) > 0$ et pour tout $x \in [1;+\infty[$, $g(x) \leq 0$. (1,5 pt)
2) On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x+\ln x}{x^2}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ unité graphique $2cm$.
   a) Calculer la limite de f à droite de 0. (0,5 pt)
   b) Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f(x) = \frac{1}{x}\left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)$ (0,5 pt)
   c) En déduire la limite de f en $+\infty$. (On rappelle que $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) (0,5 pt)

3) a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$ puis vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ sur $]0;+\infty[$. (1 pt)

b) En déduire le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x dans $]0;+\infty[$. (0,5 pt)

c) Donner le sens de variations de f puis dresser son tableau de variation. (1 pt)

d) Construire la courbe (C) de f après avoir précisé les asymptotes. (1,5 pt)

4) a) Montrer que la fonction numérique F définie sur $]0;+\infty[$ par : $F(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)\ln x - \frac{1}{x}$ est une primitive de f. (1 pt)

b) Calculer en cm^2 l'aire de la portion du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. (1 pt)