EXAMEN DU BACCALAUREAT
DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION NORMALE DE 2025

SERIE A4

BURKINA FASO

La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

1er tour

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(Calculatrice non autorisée)

Coefficient : 3
Durée : 3 heures

EXERCICE : QCM (0,5x10=5 points)

Pour chacune des questions suivantes, quatre (4) réponses sont proposées dont une seule est exacte ; choisis la lettre correspondant à la bonne réponse.

1) (U_n) est une suite géométrique de premier terme $U_1 = 2000$ et de raison $q = 1{,}1$. Quelle est l'expression du terme général de (U_n) ?
   a) $U_n = (1{,}1)^n \times 2000$
   b) $U_n = (1{,}1)^{n+1} \times 2000$
   c) $U_n = (1{,}1)^{n-1} \times 2000$
   d) $U_n = \frac{2000}{(1{,}1)^n}$

2) Les notes obtenues par un groupes d'élèves à un devoir sont les suivantes :

Notes	8	10	12	14	16
Effectifs	10	3	5	4	1

   Quelle est la moyenne des notes ?
   a) 10,5 b) 11,8 c) 12 d) 13

3) Un magasin analyse les montants (en millions de francs) des achats effectués par 10 clients et obtient les résultats suivants :

$\bar{x} = 12$

Montants	5	10	15	20
Nombre de clients	2	3	4	1

   Quelle est la variance de cette série ?
   a) 12 b) 10 c) 11 d) 21

4) Un sac contient 10 billes indiscernables au toucher : 4 rouges, 3 bleues et 3 vertes. On tire au hasard une bille. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?
   a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{10}$ c) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{3}{10}$

5) Soit une variable aléatoire X ayant la loi de probabilité suivante :

X	1	2	3
$P(X)$	0,5	0,1	0,4

   Quelle est l'espérance mathématique $E(X)$ de X ?
   a) 1,9 b) 1,1 c) 0,9 d) 1,2

6) L'inéquation d'inconnue x : $\ln(1 + 2x) = \ln(-x + 2)$ a pour ensemble solution dans $\mathbb{R}$:
   a) $S = \emptyset$ b) $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ c) $S = \{-3\}$ d) $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

7) L'équation $e^{2x} - e^x - 2 = 0$ a pour ensemble solution dans $\mathbb{R}$:
   a) $S = \{0; \ln 2\}$ b) $S = \{e^2; 0\}$ c) $S = \{\ln 2\}$ d) aucune bonne réponse

8) L'ensemble solution de l'inéquation $e^{-2x+1} > 0$ dans $\mathbb{R}$ est :
   a) $S = \emptyset$ b) $S = \mathbb{R}$ c) $S = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ d) $S = \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$

9) Le système d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\begin{cases} \ln x + \ln y = 2 \\ 5\ln x - 3\ln y = 10 \end{cases}$ a pour ensemble solution :
   a) $S = \{(e^2; 1)\}$ b) $S = \{(1; e^2)\}$ c) $S = \{(2; 0)\}$ d) $= \{(-2; 0)\}$

10) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{2x^2+3x-5}{x-1}$. Quelle est la dérivée de f ?
   a) $f'(x) = \frac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$ b) $f'(x) = \frac{2x^2-4x+2}{x-1}$ c) $f'(x) = \frac{2x^2-4x+2}{(x-1)^2}$ d) $f'(x) = \frac{4x+3}{(x-1)^2}$

PROBLEME (10 points)

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 5 + e^{-x+2}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique $1cm$.

1) a) Calculer la limite de f en $+\infty$ (on donne $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x+2} = 0$). (0,5 pt)
   b) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} : f(x) = e^{-x}(xe^{x} - 5e^{x} + e^{2})$. (0,5 pt)
   c) En déduire la limite de f en $-\infty$ (on donne $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$). (0,5 pt)
2) a) Montrer que la droite $(\Delta): y = x - 5$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$ (0,5 pt)
   b) Étudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à (Δ). (0,5 pt)
3) a) Calculer $f'(x), f'$ étant la dérivée de f. (1 pt)
   b) Montrer que $f'(x) \leq 0$ pour $x \in]-\infty; 2]$ et $f'(x) \geq 0$ pour $x \in [2; +\infty[$. En déduire le sens de variation de f. (2 pts)
   c) Dresser le tableau de variation de f. (1 pt)
4) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}f\ )$ au point d'abscisse $x_0 = 2$. (1 pt)
5) Déterminer les coordonnées du point I intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des ordonnées. (1 pt)
6) Construire $(T), (\Delta)$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère. (1,5 pt)

On donne : $e \simeq 2{,}71;\ e^{2} \approx 7{,}38; f(-0{,}5) \approx 6{,}7; f(0{,}48) \approx 0$ et $f(4{,}95) \approx 0$

Situation d'intégration : (5 points)

Paul est un élève qui a quitté la classe de 1ère A de l'enseignement général pour se former en Maintenance de Véhicule Automobile (MVA) afin d'ouvrir plus tard un garage. Pour financer sa formation, Paul cherche du travail et obtint un contrat dans une usine. Le contrat dure six mois et est renouvelable une seule fois.
Le directeur propose à Paul un salaire mensuel de 35 000 F CFA avec une augmentation de 5% du salaire précèdent chaque mois. Avant de commencer le 1er janvier 2024 Paul veut connaitre la somme qu'il obtiendra au bout de 12 mois de contrat, afin d'élaborer son budget.
D'autre part, l'usine produit 100 à 200 articles par jour. Le bénéfice journalier en milliers de F CFA est donné par $B(x) = -\frac{1}{4}x^{2} + 90x - 7000$ où x désigne le nombre d'articles produits dans la journée. Le directeur demande à Paul, le nombre d'articles qu'il faut produire par jour pour avoir un bénéfice maximal.
Enfin, après douze mois de contrat, Paul dispose en liquidité d'une somme de 300 000 F CFA.
Voici ses besoins :

Scolarité MVA	Une Chaussure de sécurité	Argent de poche	15 cahiers composés de cahiers de 200 pages et de cahiers de 300 pages
175 000 F	60 000 F	50 000 F	15 000 F

Un cahier de 300 pages coûte 1400 F CFA et celui de 200 pages coûte 900 F CFA. Paul se demande combien de cahiers de chaque sorte pourra-t-il payer.
Devant ses multiples interrogations, Paul te sollicite.
A l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances en Mathématiques, réponds à la sollicitation de Paul en déterminant :

1) La somme obtenue par Paul à la fin de 12 mois de contrat
2) Le nombre d'articles journaliers pour avoir un bénéfice maximal
3) Le nombre de cahiers de chaque sorte

On donne : $(1{,}05)^{11} = 1{,}71$ et $(1{,}05)^{12} = 1{,}79$.

Série A4

MATHEMATIQUES

PROPOSITIONS DE CORRIGE

Exercice : QCM (5 points) OK

1) c 0,5
2) a 0,5
3) d) 0,5
4) d) 0,5
5) a 0,5
6) b 0,5
7) c 0,5
8) b 0,5
9) a 0,5
10) c 0,5

Problème (10 points)

$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = x - 5 + e^{-x+2}$

1) a) Calculons la limite de f en $+\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x - 5 + e^{-x+2}) = +\infty$ car

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty}(x-5) = +\infty \text{ et} \\ \lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x+2} = 0 \end{cases}$ 0,5 pt

b) Vérifions que : $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = e^{-x}(xe^{x} - 5e^{x} + e^{2})$

$f(x) = x - 5 + e^{-x+2}$
$= xe^{0} - 5e^{0} + e^{-x} \times e^{2}$
$= xe^{-x} \times e^{x} - 5e^{-x} \times e^{x} + e^{-x} \times e^{2}$
$= e^{-x}(xe^{x} - 5e^{x} + e^{2})$ 0,5 pt

c) Calculons la limite de f en $-\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x}(xe^{x} - 5e^{x} + e^{2}) = +\infty$ car

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} x e^{x} = 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (-5e^{x} + e^{2}) = e^{2} \end{cases}$$

0,5pt

2) a) Montrons que la droite $(\Delta) : y = x-5$ est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x-5)] = \lim_{x \to +\infty} [x-5+e^{-x+2} - x+5]$$

$$= \lim_{x \to +\infty} e^{-x+2}$$

$= 0 \Longrightarrow$ la droite $(\Delta) : y = x-5$ est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.

0,5pt

b) Etudions la position relative de (C_f) par rapport à (Δ).

Pour tout réel x, $f(x) - (x-5) = e^{-x+2}$; or $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^{-x+2} > 0$ donc $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) - (x-5) > 0$.

Par conséquent la courbe (C_f) est au dessus de la droite (Δ).

0,5pt

3) a) Calculons la dérivée $f'(x)$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$f'(x) = 1 - e^{-x+2}$

(1pt)

b) Signe de $f'(x)$ et sens de variation de f.

$$f'(x) \leq 0 \Rightarrow 1 - e^{-x+2} \leq 0$$

$$\Rightarrow -e^{-x+2} \leq -1$$

$$\Rightarrow e^{-x+2} \geq 1 = e^{0}$$

$$\Rightarrow -x+2 \geq 0 \Longrightarrow x \leq 2$$

$\forall x \in]-\infty; 2]$, $f'(x) \leq 0$ donc f est décroissante sur $]-\infty; 2]$ 0,5 + 0,5 pt

$f'(x) \geq 0 \Rightarrow 1 - e^{-x+2} \geq 0$

$\Rightarrow -e^{-x+2} \geq 0$

$\Rightarrow -x+2 \leq 0$

$\Rightarrow x \geq 2$

Donc $\forall x \in [2; +\infty[$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur $[2; +\infty[$ 0,5 + 0,5 pt

c) Dressons le tableau de variation de f.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$f(2) = 2 - 5 + e^0$
$= -2$

0,75 pt

4) Déterminons une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 2$

$(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$= f'(2)(x-2) + f(2)$

$= 0(x-2) - 2$

$(T): y = -2$ 0,5 pt

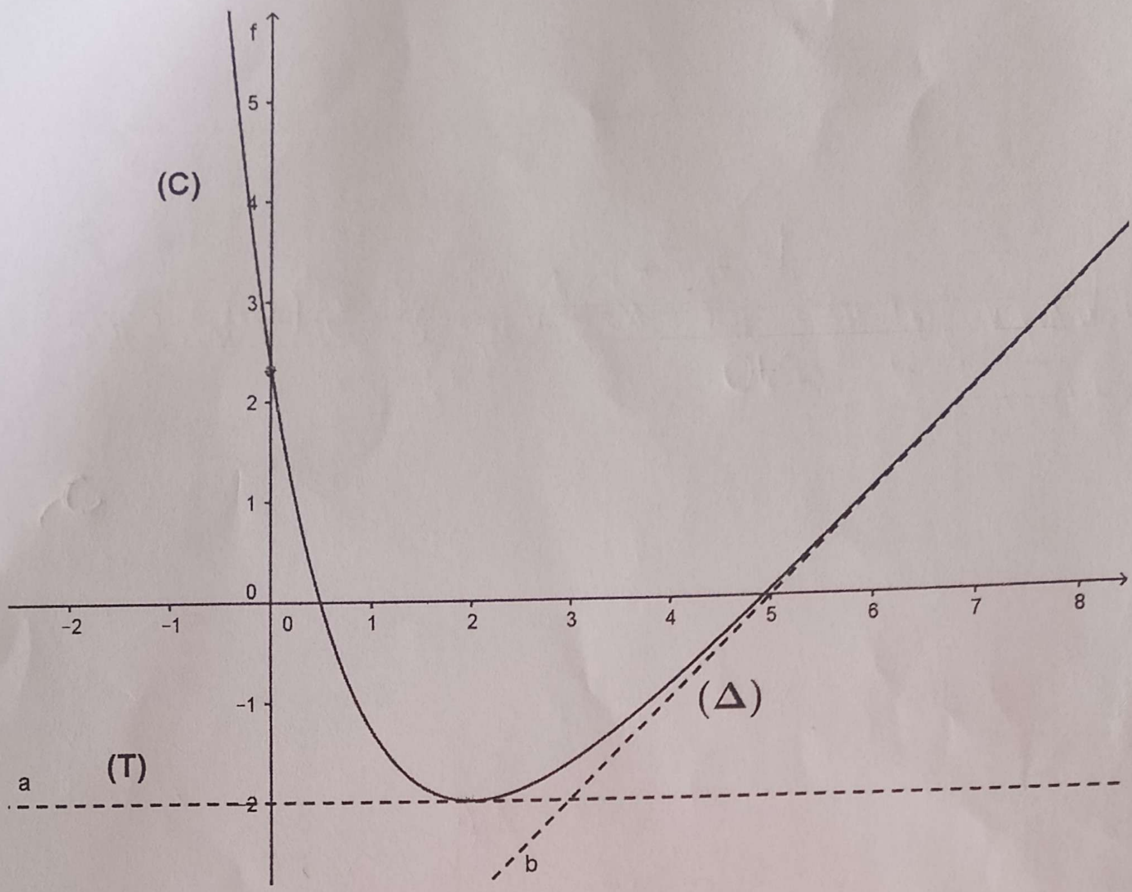
5) Coordonnées du point I, intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées.

$f(0) = -5 + e^2 \Rightarrow I(0; -5 + e^2)$ 0,75 pt

6) Construction de (T), (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$

1,5 pt

Voir annexe



f
(C)
(T)
a
(Δ)
b

Situation ②: Grille de Correction

Critères	*Pertinence*	*Utilisation correcte des outils*	*Cohérence dans l'agencement*	*Perfectionnement*
Consigne 1 : salaire total de Paul	✓ Définition de la suite géométrique ✓ Somme des 12 premiers termes ✓ Conclusion **0,25 pt**	• Soit (U_n) la suite définie par $U_0=35000$ et $U_{n+1} = U_n+\frac{5}{100} U_n = 1{,}05\, U_n$ • (U_n) est une suite géométrique de 1^er^ terme $U_0=35000$ et de raison $q=1{,}05$ • $U_n = U_0\, q^n = 35\,000\,(1.05)^n$ • Salaire total $S= U_0+U_1+\ldots +U_{11}$ $= U_0 \frac{1-q^n}{1-q}$ $= 35\,000 \frac{1-(1{,}05)^{12}}{1-1{,}05}$ $= 553000$ **0,75 pt**	• Le résultat produit est conforme au résultat attendu (Paul pourra avoir 553 000 F) • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • La qualité des enchainements de la démarche **0,5 pt**	• Présentation • Lisibilité • Absence de rature • Résultats encadrés **0,5 pt**
Consigne 2 : nombre d'articles pour avoir un bénéfice maximal	✓ Calcul de B'(x) ✓ Résolution B'(x)=0 ✓ Conclusion **0,25 pt**	• $B'(x) = -\frac{1}{2}x + 90$ • $B'(x)=0$ pour $x=180$ • II **0,5 pt**	• Le résultat produit est conforme au résultat attendu (il faut produire 180 articles par jour) • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • La qualité des enchainements de la démarche	

			0,75 pt	
Consigne 3 : nombre de cahiers de chaque sorte	✓ Mise en système d'équations ✓ Résolution ✓ Conclusion **0,25 pt**	• Soit x le nombre de cahiers de 200 pages et y le nombre de cahiers de 300 pages • $\begin{cases} x + y = 15 \\ 900x + 1400y = 15(\end{cases}$ • Résolution correcte **0,75 pt**	• Le résultat produit est conforme au résultat attendu (12 cahiers de 200 pages et 3 cahiers de 300 pages) • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • La qualité des enchainements de la démarche **0,5 pt**	