REPUBLIQUE DU NIGER MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR, DE LA RECHERCHE ET DE L'INNOVATION TECHNOLOGIQUE *OFFICE DU BACCALAUREAT, DES EQUIVALENCES ET DES EXAMENS ET CONCOURS DU SUPERIEUR (OBEECS)*	BACCALAUREAT SESSION 2025 SERIE/FILIERE : D	EPREUVE : Mathématiques DUREE : 4H COEFFICIENT : 5 GROUPE : 1er groupe

Exercice 1 *(4points)*

On étudie en laboratoire l'évolution d'une population de petits rongeurs, à partir d'un couple.

1) La taille de la population au bout de x mois est notée $g(x)$. Dans le modèle utilisé g est une solution particulière de l'équation différentielle(E_1) : $y' = \frac{y}{4}$ vérifiant $g(0) = 2$.

a) Résoudre l'équation (E_1) puis déterminer l'expression de $g(x)$. (0.5 + 0.5 point)

b) Au bout de combien de mois la population dépassera-t-elle 1000 petits rongeurs ? (0.5 point)

c) Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers$+\infty$. (0.5 point)

2) On réalise à présent une seconde expérience pour étudier, l'évolution de la population de petits rongeurs, à partir d'un couple en introduisant dans leur environnement un prédateur.
On note cette fois-ci $f(x)$ la taille de la population au bout de x mois.

Dans le modèle utilisé cette fois-ci f est une solution particulière, définie sur $[0\,;\,+\infty[$ de l'équation

(E_2) : $u' = \frac{u}{4} - \frac{u^2}{12}$ vérifiant $f(0) = 2$.

On considère la fonction numérique h définie par $h = \frac{1}{u} - \frac{1}{3}$.

a)Exprimer h'en fonction de u et u'. Montrer que u est solution de (E_2) si et seulement si h est solution de (E_3): $y' = -\frac{y}{4}$. (0.5+0.5 point)

b) Résoudre l'équation (E_3) puis l'équation (E_2). Déterminer l'expression de $f(x)$. (0.5 point)

c) Dans ce modèle comment se comporte la taille $f(x)$ de la population lorsque x tend vers $+\infty$. Comment expliquez-vous cet état de fait ? (0.25 + 0.25 point)

Exercice 2 *(4points)*

On utilise deux pièces de monnaie : l'une M_1 pipée, de sorte que lorsqu'on la lance, la probabilité d'obtenir pile soit $\frac{1}{3}$; l'autre M_2 normale dont la probabilité d'obtenir pile est $\frac{1}{2}$ à chaque lancer.

1) On prend une pièce au hasard et on la lance.

a) Illustrer cette expérience aléatoire par un arbre pondéré des probabilités. (0.5 point)
Quelle est la probabilité p_1 d'obtenir pile ? (0.5 point)

b) On a obtenu pile : quelle est la probabilité p_2 d'avoir utilisé la pièce pipée. (0.5 point)

2) on choisit une pièce au hasard et on la lance 3 fois de suite.

a) Représenter l'arbre pondéré des probabilités de cette expérience aléatoire.(0.5 point)

b) En déduire la probabilité p_3 d'obtenir exactement une fois pile au cours des 3 lancers. (0.5 point)

c) Quelle est la probabilité p_4 d'obtenir au moins une fois pile ? (0.5 point)

3) On lance les deux pièces ensembles :
Quelle est la probabilité p_5 d'obtenir le même résultat pour les deux pièces ? (1point)

Problème *(12 points)*

Soit f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_m(x) = \frac{x^2+2x}{e^{mx}}$ où m est un paramètre réel non nul. On note (C_m) la courbe représentative de la fonction f_m dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) On admet que toutes les courbes (C_m) passent par deux points fixes A et B. Déterminer les coordonnées de ces points (0.5 point)
2) Calculer les limites de f_m en $-\infty$ et en $+\infty$ (on distinguera les cas : $m < 0$ et $m > 0$). (1.5 point)
3) Montrer que pour tout réel x, $f'_m(x) = e^{-mx}[-mx^2 + (2-2m)x + 2]$. (0.5 point)
4) Montrer que quel que soit le réel m appartenant à $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, l'équation $f'_m(x) = 0$ admet deux racines que l'on précisera. (0.5 point)
5) On suppose que $m = 0,5$.
   a) Déterminer le signe de $f'_{0,5}(x)$ puis donner le sens de variation de $f_{0,5}$. (1 point)
   b) Dresser le tableau de variation de $f_{0,5}$. (0.75 point)
   c) Déterminer l'équation de la tangente à $(C_{0,5})$ au point A d'abscisse -2 et celle au point O (0 ;0). (1 point)
6) On suppose que $m = -0,5$.
   a) Déterminer le signe de $f'_{-0,5}(x)$ puis donner le sens de variation de $f_{-0,5}$. (1 point)
   b) Dresser le tableau de variation de $f_{-0,5}$. (0.75 point)
   c) Déterminer les équations des tangentes à $(C_{-0,5})$ aux points A d'abscisse -2 et O(0 ;0). (1 point)
7) Déterminer la position relative de $(C_{0,5})$ et $(C_{-0,5})$. (0.5 point)
8) Tracer dans deux repères différents les courbes des fonctions $f_{0,5}$ et $f_{-0,5}$. (1+1 points)
9) a) Soit h_1 la restriction de $f_{0,5}$ à $[1-\sqrt{5}; 1+\sqrt{5}]$. Montrer que h_1 réalise une bijection de $[1-\sqrt{5}; 1+\sqrt{5}]$ vers un intervalle J_1 à préciser. (0.5 point)
   b) Soit h_2 la restriction de $f_{-0,5}$ à $[-3-\sqrt{5}; -3+\sqrt{5}]$. Montrer que h_2 réalise une bijection de $[-3-\sqrt{5}; -3+\sqrt{5}]$ vers un intervalle J_2 à préciser. (0.5 point)