A BICA

EXAMEN DU BACCALAUREAT
DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION DE REMPLACEMENT 2025

SERIE : C

BURKINA FASO

La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

1er tour

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(Calculatrice non autorisée)

Coefficient : 7

Durée : 4 heures

EXERCICE (4 points)

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Pour les 4 questions, reproduis le tableau ci-dessous et complète-le en indiquant la lettre correspondant à la bonne réponse pour chaque question.

Numéro de la question	1	2	3	4
Lettre correspondant à la bonne réponse				

1) L'espace est muni d'un repère orthonormal direct. Quelles sont les coordonnées du projeté orthogonal du $A(1\,;-1\,;-1)$ sur le plan (P): $x+y-2z+4=0$?

   a) $(-1\,;-1\,;1)$ b) $(0\,;-2\,;1)$ c) (2 ;2 ;4) d) $(1\,;1\,;3)$ **(1pt)**

2) Dans plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les points $A(\sin t, \sin t)$, $B(\cos t, \cos t)$ et $C(\sin t, \cos t)$ où t est un paramètre réel. Quelles sont les coordonnées $(x(t), y(t))$ du barycentre $G(t)$ des points pondérés $(A,2)$, $(B,-1)$ et $(C,1)$?

   a. $x(t)=\sin^2 t+\sin t-1$ et $y(t)=\sin(2t)-\sin t$
   b. $x(t)=1+\cos(2t)$ et $y(t)=1+\cos(2t)$
   c. $x(t)=\frac{3\sin t-\cos t}{2}$ et $y(t)=\sin t$ **(1pt)**
   d. $x(t)=1+\cos t$ et $y(t)=1+\cos t$.

3) Quel est le reste dans la division euclidienne de 11^{2025} par 9 ?

   a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 **(1pt)**

4) Dans un stand de tir, la probabilité pour un tireur d'atteindre la cible est de 0,3. On effectue n tirs consécutifs et indépendants. On désigne par p_n la probabilité d'atteindre la cible au moins une fois sur ces n tirs. Quelle est la valeur minimale de n pour que p_n soit supérieure ou égale à 0,9 ?

   a) 6 b) 7 c) 10 d) 12 **(1pt)**

PROBLEME (11 points)

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui à x associe $f(x) = (1+x)e^{-2x}$.

On se propose, dans ce problème, d'utiliser une équation différentielle satisfaite par f pour donner une méthode de calcul de ses dérivées successives.

Partie A : (4,25 points)

1) Détermine les coefficients a et b pour que la fonction f vérifie l'équation différentielle du second ordre : **(0,75pt)**

$$(E):\ y'' + ay' + by = 0$$

2) On pose $f^{(0)} = f$ et pour n entier naturel non nul, on note $f^{(n)}$ la dérivée $n^{\text{ème}}$ de f. Démontre que pour tout entier naturel n, $f^{(n)}$ est une solution de l'équation différentielle (E). **(1pt)**
3) Détermine l'ensemble des primitives sur $\mathbb{R}$ de f. **(1pt)**
4) Parmi les primitives sur $\mathbb{R}$ de f, existe-t-il une primitive qui vérifie l'équation différentielle (E) ? Justifie ta réponse. **(0,75pt)**
5) Résous l'équation différentielle (E) avec les coefficients a et b trouvés. **(0,75pt)**

Partie B : (4 points)

1) On pose $f^{(0)} = f$ et pour n entier naturel non nul, on note $f^{(n)}$ la dérivée $n^{\text{ème}}$ de f. La fonction f est une solution de l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

Démontre par récurrence qu'il existe deux suites (c_n) et (d_n) telles que pour entier naturel n, on ait :

$$\begin{cases} f^{(n)} = c_n f' + d_n f \\ c_{n+1} = -4c_n + d_n \\ d_{n+1} = -4c_n \end{cases}$$ **(1,25pt)**

2) Calcule les premiers termes des suites (c_n) et (d_n) pour $n = 0\ ;\ 1$. **(1pt)**
3) Démontre que pour tout entier naturel n, on a : $c_n = -\frac{n}{2}(-2)^n$ et $d_n = (1-n)(-2)^n$. **(1pt)**
4) Déduis l'expression de $f^{(n)}(x)$ pour tout réel x et pour tout entier naturel n. **(0,75pt)**

Partie C : (2,75 points)

On définit deux suites (γ_n) et (δ_n) par les formules : $c_n = (-2)^n\gamma_n$; $d_n = (-2)^n\delta_n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Exprime γ_n et d_n en fonction de n, pour tout entier naturel n. **(0,5pt)**
2) Montrer que la suite de terme général $(\delta_n - 2\gamma_n)$ est une suite constante. **(0,75pt)**
3) Montre que la suite (γ_n) est une suite arithmétique. **(0,5pt)**
4) Étudie la convergence des suites (γ_n) et (δ_n). **(1pt)**

Situation d'intégration (5 points)

Dans le cadre de la lutte contre la désertification dans la région du Nord au Burkina Faso, le ministère de l'environnement lance un appel à projets pour le reboisement de terrains dégradés. Trois associations locales : Sougrinoma, Fofo et Hèrèso, décident de participer à ce projet. La direction régionale de l'environnement fournit gratuitement les plants mais impose la condition d'une surface de 1,5 m² par plant. La direction régionale de l'environnement dispose suffisamment de plants pour satisfaire les besoins des trois associations.

- L'association Sougrinoma dispose d'un terrain à forme géométrique non régulière délimitée par la courbe $(\mathcal{C})$ d'équation $y = x + \ln(1 + x)$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$ dans un plan muni d'un repère orthonormé d'unité 100 mètres.
- L'association Hèrèso dispose d'un terrain en forme rectangulaire avec des contraintes spécifiques : *La largeur diminuer de 3 mètres est un multiple entier de 7 et est comprise strictement entre 90 mètres et 100 mètres.*
  La longueur diminuer de 2 mètres est un multiple entier de 5 et est comprise strictement entre 100 mètres et 110 mètres. L'aire totale du terrain est comprise entre 9000 m² et 10 000 m².
- L'association Fofo dispose d'un terrain trapézoïdal dont les affixes des sommets dans un plan muni d'un repère orthonormé d'unité 25 mètres sont solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $(z-1-i)(z-6-4i)(z^2-(5+5i)z+17i) = 0$

Les deux associations Sougrinoma, et Hèrèso envisagent planter respectivement 7000 plants et 6000 plants. L'association Fofo souhaite planter le maximum de plants.

Les responsables des associations te sollicitent en tant qu'élève de la terminale C pour les situer sur leurs préoccupations.

À l'aide d'une production détaillée et sur la basée de tes connaissances en Mathématiques, détermine :

1. Si l'association Sougrinoma pourra planter ses 6000 plants. **(1,5 pts)**
2. Si l'association Hèrèso réalisera sa prévision de 7000 plants. **(1,5 pts)**
3. Le nombre maximum de plants que l'association Fofo pourra planter. **(1,5 pts)**
   Présentation : 0,5pt

On donne $ln2 \approx 0,7$.