EXAMEN DU BACCALAUREAT
DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION DE REMPLACEMENT 2025

SERIE : D

BURKINA FASO

La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

2nd tour

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(Calculatrice non autorisée)

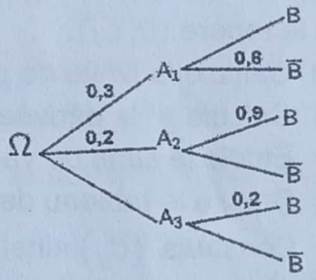
Coefficient : 5
Durée : 4 heures

EXERCICE (4 points)

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Pour les 4 questions, reproduis le tableau ci-dessous et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4
Lettre correspondant à la bonne réponse				

1) On considère l'arbre pondéré suivant :
La probabilité de l'évènement $A_3 \cap \bar{B}$ est $P(A_3 \cap \bar{B})$ égale à :
a. 0,5 b. 0,1 c. 0,8 d. 0,4



2) On considère la courbe (C) dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x(t) = cost \\ y(t) = sin2t \end{cases}$ $(t \in IR)$.
Quelle la position relative des points $M(\pi - t)$ et $M(t)$?
a. Confondu
b. Symétrique par rapport à l'axe des abscisses
c. Symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
d. Symétrique par rapport à l'origine du repère

3) Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(2; 5; -1)$; $B(3; 2; 1)$; $C(1; 3; -2)$. La nature exacte de triangle ABC est :
a. Rectangle non isocèle b. Isocèle non rectangle
c. Rectangle et isocèle d. Équilatéral

4) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère quatre points non coplanaires : $A(-2; -1; 2), B(6; -5; 3)$, $C(-1; 3; 10)$ et $D(1; 1; 1)$.
Le volume en cm^3, de la pyramide de base (ABC) et de sommet D est :
a. $V = \frac{81}{9}$ b. $V = 45$ c. $V = \frac{81}{18}$ d. $V = \frac{45}{18}$

Problème (11 points)

Partie A (3 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x + ln\left(\frac{x}{2x+1}\right)$.

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité graphique 2cm.

1) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **(0,5 pt)**
2) Calcule f' la dérivée de f. **(0,25 pt)**
3) Étudie le sens de variation de f. **(0,5 pt)**
4) Dresse son tableau de variation sur $]0;+\infty[$. **(0,5 pt)**
5) a) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x - ln2$ est asymptote oblique à (C_f). **(0,5 pt)**

   b) Étudie la position relative de (C_f) par rapport à (Δ). **(0,25 pt)**
6) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0;+\infty[$ puis vérifie que $\alpha \in \left[1;\frac{5}{4}\right]$. **(0,5 pt)**

Partie B (4 points)

Soit la fonction g définie sur par $[0;+\infty[$ par $g(x) = (2x+1)e^{-x}$ et (C_g) sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) Calcule la limite de g en $+\infty$. **(0,25 pt)**
2) Calcule g' la dérivée de g. **(0,25 pt)**
3) Étudie le sens de variation de g. **(0,5 pt)**
4) Dresse le tableau de variation de g sur $]0;+\infty[$. **(0,5 pt)**
5) Construis (C_g) ainsi que sa tangente au point d'abscisse 0. **(1,5 pt)**
6) Soit λ un nombre réel strictement positif.

   a) Détermine, en cm², l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan délimitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe (C_g) et la droite d'équation $x = \lambda$. **(0,75 pt)**

   b) Calcule la limite de $A(\lambda)$ quand x tend vers $+\infty$. **(0,25 pt)**

   λ

Partie C (4 points)

1) Montre que α est solution de l'équation $g(x) = x$ (α étant définie dans la partie A). **(0,5 pt)**
2) On pose $I = \left[1;\frac{5}{4}\right]$.

   Montre que $\forall x \in I, g(x) \in I$. **(0,5 pt)**
3) Soit g'' la dérivée de g'.

   a) Étudie le sens de variation de g'. **(0,5 pt)**

   b) En déduis que si $x \in I$ alors $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. **(0 5 pt)**

   c) Démontre que pour tous α et β appartenant à I on a : $|g(\beta) - g(\alpha)| \leq \frac{1}{2}|\beta - \alpha|$. **(0,25pt)**
4) Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = g(u_n)$.

   a) Montre par récurrence que pour tout entier naturel $n, u_n \in I$. **(0,5 pt)**

   b) Montre par récurrence que pour tout entier naturel $n, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$. **(0,5 pt)**

   c) En déduis que pour tout entier naturel $n, |u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^{n+2}}$. **(0,5 pt)**

   d) Calcule la limite de la suite (u_n). **(0,25 pt)**

Données : $e^{-1} \approx 0,36$; $e^{-\frac{5}{4}} \approx 0,29$; $ln3 \approx 1,09$; $ln\left(\frac{5}{14}\right) \approx -1,03$.

SITUATION D'INTEGRATION (5points)

Dans l'arrondissement 3 de Ouagadougou, une société de téléphonie a installé un pilonne pour sa couverture réseau. Le plan terrestre est muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$, et la couverture réseau est donnée par l'ensemble (C) des points M d'affixe z tel que $|w - 1 - i| \leq 4$.

Par ailleurs, l'arrondissement est divisé en plusieurs quartier. Le quartier Nonsin est délimité par un espace triangulaire, dont les sommets sont les solutions de l'équation suivante : $w^3 - 7w^2 + 19w - 13 = 0$, l'un des sommets ayant pour affixe 1.

Idrissa, un habitant de ce quartier, a commencé à enregistrer sa consommation journalière de données mobiles, modélisée par la fonction : $f(x) = 4\sqrt{x^2 - 5}$, où $f(x)$ représente la consommation en centaines de mégabits après x jours ($x \in [3, +\infty[$).

Un matin, Idrissa décide de faire 30 minutes de footing dans son quartier. La loi horaire d'évolution de sa vitesse en fonction du temps t (en heures) est donnée par :

$V(t) = 10 - t$, où $V(t)$ est la vitesse en km/h.

Idrissa souhaite connaitre si son quartier est entièrement couvert par le réseau de cette société, s'il existe un nombre limité de mégabits journalier qu'il pourra consommer au fil du temps et la distance totale en km qu'aura parcouru Idrissa à la fin du footing. Il te sollicite, toi son fils élève en classe de Terminale D de répondre à ses préoccupations

À partir de tes connaissances en mathématiques et à travers une production argumentée réponds aux consignes suivantes :

1) Le quartier Nonsin est-il entièrement couvert par le réseau de cette société ? **(1,5pt)**
2) Existe-t-il un nombre limité de mégabits que Idrissa pourra consommer au fil du temps ? **(1,5pt)**
3) Calcule la distance totale parcourue par Idrissa à la fin du footing. **(1,5pt)**

Présentation : **(0,5pt)**