



### **PROBLEME (10 points)**

Soit la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1 - \ln x$ . On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (unité 1cm).

- 1) a) Calculer la limite de  $f$  en  $0^+$  puis en déduire que  $(C)$  admet une asymptote. (1 pt)  
b) Vérifier que pour tout réel  $x$  de  $]0; +\infty[$  on a :  $f(x) = x^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2} \right)$ . (1 pt)  
c) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ . (1 pt)
- 2) a) Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ . (1 pt)  
b) Étudier le signe de  $f'(x)$ . (1 pt)  
c) En déduire le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation. (2 pts)
- 3) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point d'abscisse 1. (1 pt)
- 4) Tracer la courbe  $(C)$  et la tangente  $(T)$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . (2 pts)

### **Situation d'intégration : (5 points)**

Le Burkina Faso est en proie à des attaques terroristes depuis 2015. Le chef de l'État a lancé un appel à tous les burkinabé de l'intérieur comme de l'extérieur à un soutien patriotique afin d'organiser une lutte contre cette hydre.

C'est dans ce cadre que le bureau des Jeunes de la commune de KINBENI a organisé une journée du patriotisme. Trois activités sont au programme : une cotisation, une projection de film et un jeu.

Pour ce qui concerne la cotisation, le bureau souhaite mobiliser 2 000 000 CFA. La commune compte 1200 habitants pouvant cotiser. Chaque femme cotisera 1000 F CFA et chaque homme cotisera 2000 F CFA.

Quant à la projection cinématographique, le film a porté sur les œuvres de l'ex président Thomas SANKARA. Les tickets ont été vendus à 200 F CFA et à 300 F CFA. La salle de 700 places a été remplie. Le nombre de tickets de 200 F et le nombre de tickets de 300 F sont les solutions de l'équation  $x^2 - 700x + 120\,000 = 0$ .

Enfin, pour ce qui concerne le jeu, trois boules jaunes, deux boules bleues et une boule rouge, toutes indiscernables au toucher, sont placées dans un sac et le jeu consiste à tirer au hasard, une boule du sac. Si la boule est rouge, le joueur gagne 100 F. Si elle est bleue, le joueur gagne 50 F. Mais, si la boule est jaune, le joueur perd 200 F.

Le bureau des Jeunes a trois préoccupations : déterminer le nombre de femmes et le nombre d'hommes qui devraient s'acquitter de leur cotisation afin d'avoir les deux millions de francs CFA ; déterminer le nombre de tickets de chaque sorte vendue et déterminer si le jeu est favorable à un joueur. Toi, élève de la classe de Terminale A, es sollicité.

A l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances en Mathématiques, réponds aux préoccupations en déterminant :

- 1) Le nombre de femmes et le nombre d'hommes qui doivent cotiser
- 2) Le nombre de tickets de chaque sorte
- 3) Si le jeu est favorable ou non défavorable à un joueur